Evidencia Matemática

9NO BÁSICA

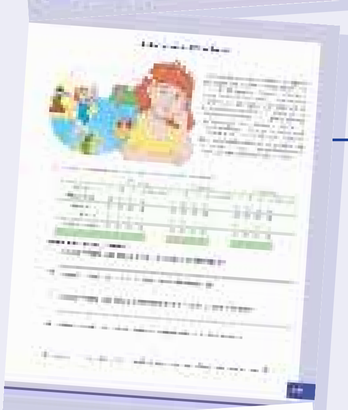
HOLGUÍN®
EDICIONES S.A.

Relacionate con tu texto!

Cada Unidad presenta:

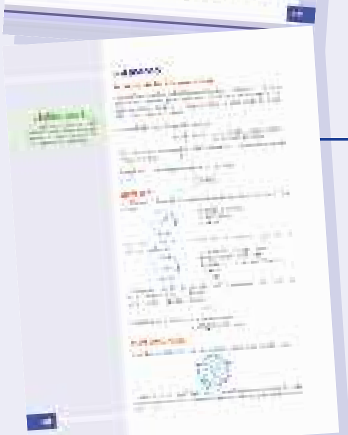
La Portada:

En ella encontrarás detallado los contenidos relacionados con el tema principal de la unidad. También, hallarás una pequeña biografía de un personaje que ha contribuido al desarrollo de la Matemática con investigaciones referentes al tema en mención. Al final de la página, podrás leer unos pequeños pero profundos pensamientos de grandes filósofos que te ayudarán a reflexionar sobre la vida, los mismos que aparecen con el nombre de "Reflexiones".



Un comienzo dinámico:

Aquí tendrás la oportunidad de leer un artículo que, además de informarte sobre la utilidad del conocimiento que vas a aprender, te induce por medio de preguntas a recordar los conocimientos previos con el fin de prepararte para los nuevos.



Aprendo:

Trata sobre el desarrollo gradual de los contenidos de la unidad, acompañado de ejercicios que ejemplifican lo expuesto en cada uno de los temas, así como también da información complementaria donde se asocia el conocimiento matemático con datos de la vida real, además de notas curiosas tituladas como "¿Sabías que?" e información en pequeños "Recuerda".

Aprendo Haciendo:

Comprende una amplia gama de ejercicios y problemas que te servirán para afianzar tu aprendizaje. Encontrarás temas objetivos como también de desarrollo.

A Practicar en casa:

Tú conoces que el proceso de aprendizaje no termina en la clase, entonces en tu texto encontrarás ejercicios y problemas para que los realices en tu casa y puedas confirmar lo aprendido.

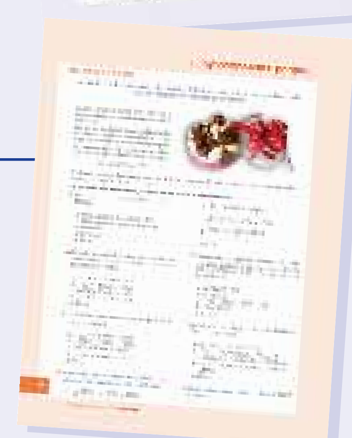
Reforzando Aprendo:

Al término del desarrollo del contenido de la unidad hallarás un compendio de ejercicios y problemas misceláneos que te permitirán reforzar definiciones, propiedades, teoremas y retroalimentar.

Para Divertirse:

Es una propuesta de matemática recreativa a través de ejercicios de habilidad mental, juegos de ingenio; donde probarás tu lógica y te divertirás encontrando soluciones originales a los problemas.

Soy Competente porque...:



En esta parte tienes la oportunidad de demostrar tus destrezas en casos donde la matemática tiene una aplicación real. Consta de una serie de preguntas, ejercicios, problemas de opciones múltiples y/o desarrollo. Aquí plasmarás tus logros y estarás satisfecho de haber asimilado y puesto en práctica tu conocimiento.

Índice

Contenido **Páginas**

1 Unidad

EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS REALES

1 Unidad

Competencias: Analítica operativa y funcional

El Conjunto de los Números Reales

Números Racionales
- Clases de Números Decimales.
- Fracción generatriz de un decimal periódico puro.
- Fracción generatriz de un decimal periódico mixto.

Números Irracionales
- Representación Gráfica de los Números Irracionales en la Recta Numérica.
- Operaciones con Números Irracionales.
  -Suma y Resta de Números Irracionales.
  -Multiplicación de Números Irracionales.
  -División de Números Irracionales.
  -Potenciación de Números Irracionales.
  -Radicación de Números Irracionales.
  -Operaciones Combinadas.

Números Reales
- Representación gráfica de los Números Reales en la Recta Numérica.
- Relación de Orden de los Números Reales.
  - Tricotomía de los Números Reales.
  - Propiedades de la Relación de Orden de los Números Reales.
- Valor Absoluto de un Número Real.
  - Propiedades del Valor Absoluto.
- Operaciones con Números Reales.
  - Suma y Resta de Números Reales.
    -Propiedades de la Suma de Números Reales.
  - Multiplicación y División de Números Reales.
    - Propiedades de la Multiplicación y División de los Números Reales.
  - Potenciación de Números Reales.
  - Radicación de Números Reales.
  - Operaciones Combinadas.

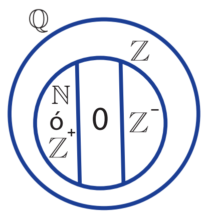
Julius Wilhelm Richard Dedekind
(Alemania, Brunswick 1831 - 1916)

En los departamentos de Matemáticas y Física de la Universidad de Gotinga, aprendió la Teoría de Números. Trabajó como profesor particular impartiendo cursos sobre Probabilidad y Geometría. Estudió algún tiempo con Dirichlet al que le uniría una gran amistad. Amplió sus conocimientos abordando el estudio de las funciones algebraicas y elípticas y fue el primero en leer el trabajo de Galois sobre la Teoría de Ecuaciones.
Además, fue el primero en comprender el significado fundamental de las nociones de grupo, cuerpo, ideal en el campo del Álgebra, la Teoría de Números y la Geometría Algebraica. A través de sus "Cortaduras", construyó el Conjunto de los Números Reales a partir de los Racionales. Así, caracterizó a los Números Reales como un cuerpo ordenado y completo.
En el campo de los Números Naturales, sentó las bases para la teoría de conjuntos y dio una fundamentación rigurosa de los llamados Axiomas de Peano. También, trabajó toda su vida en la Teoría de Números Algebraicos, en la que realizó muchas aportaciones.

Reflexiones:

- "Defiende tu derecho a pensar, porque incluso pensar de manera errónea es mejor que no pensar."

Hipatia



Aprendo

Números Racionales

Dentro del Conjunto de los Números Racionales ($\mathbb{Q}$) se encuentran los Números Naturales ($\mathbb{N}$) o también llamados Enteros Positivos que unidos a los Enteros Negativos y al Cero forman el conjunto de los Números Enteros ($\mathbb{Z}$). La representación fraccionaria de dos enteros forma el conjunto de los Números Racionales, denotado por:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b}, \; a \wedge b \in \mathbb{Z} \wedge b \neq 0 \right\}$$

Los números racionales se pueden expresar en forma decimal, cuando **a** no es múltiplo de **b**. En el caso de que **a** sea múltiplo de **b**, tenemos una fracción aparente que es equivalente a un entero.

Clases de Números Decimales

La representación decimal de un número fraccionario da origen a varias clases de decimales, tales como:

Decimal Exacto: Número cuyas cifras decimales son limitadas.

Ejemplos

- $\frac{5}{10} = 0.5 \quad , \quad \frac{3}{4} = 0.75 \quad , \quad \frac{1}{4} = 0.25$

Decimal periódico puro: Número cuyas cifras decimales son periódicas e ilimitadas.

Ejemplos

- $\frac{1}{3} = 0.333...$, $\frac{2}{9} = 0.222...$, $\frac{4}{11} = 0.3636...$

  Período: 3 — Período: 2 — Período: 36

Decimal periódico mixto: Número cuyas cifras decimales tienen una parte periódica infinita y otra no periódica finita.

Ejemplos

- $\frac{16}{45} = 0.3555...$, $\frac{19}{90} = 0.2111...$, $\frac{26}{75} = 0.34666...$

$\frac{16}{45} = 0.3555...$	$\frac{19}{90} = 0.2111...$	$\frac{26}{75} = 0.34666...$
Parte periódica: 5	Parte periódica: 1	Parte periódica: 6
Parte no periódica: 3	Parte no periódica: 2	Parte no periódica: 34

Fracción generatriz de un decimal periódico puro

Para encontrar la fracción que genera un decimal periódico puro, procedemos de la siguiente forma:

- Identificamos la parte periódica.
- Como numerador escribimos las cifras decimales periódicas.
- Como denominador escribimos tantos 9 como cifras decimales periódicas tenga el decimal.

Aprendo Haciendo # 1

1. Contesta V de ser verdadero o F de ser falso:

a) Todos los números racionales se pueden expresar de la forma $\frac{p}{q}$, $p \wedge q \in \mathbb{Z} \wedge q \neq 0$ ( )

b) El decimal exacto tiene cifras decimales ilimitadas. ( )

c) El decimal periódico puro posee cifras decimales periódicas y limitadas. ( )

d) El decimal periódico mixto posee cifras decimales con una parte periódica infinita y otra no periódica finita. ( )

e) El número decimal 0.535353... es equivalente a $\frac{53}{99}$ ( )

f) El número decimal 0.76555... es equivalente a $\frac{689}{900}$ ( )

g) La representación fraccionaria de 0.93 es $\frac{93}{10}$ ( )

h) $\frac{\pi}{4}$ es un número irracional. ( )

2. Convierte a fracción los siguientes números decimales exactos:

a) 0.74 f) 1.101
b) 0.532 g) 0.598
c) 1.311 h) 2.432
d) - 2.514 i) - 9.621
e) - 3.4156 j) - 5.328

3. Convierte a fracción los siguientes números decimales periódicos puros:

a) $0.\overline{6}$ f) $-2.\overline{36}$
b) $0.\overline{32}$ g) $-4.\overline{572}$
c) $0.\overline{11}$ h) $-0.\overline{555}$
d) $1.\overline{14}$ i) $1.\overline{3224}$
e) $-0.\overline{157}$ j) $9.\overline{1111}$

4. Convierte a fracción los siguientes números decimales periódicos mixtos:

a) $0.5\overline{1}$ d) $-1.3\overline{4}$
b) $0.6\overline{3}$ e) $-2.35\overline{9}$
c) $-0.2\overline{8}$ f) $0.12\overline{7}$
g) $-1.3\overline{45}$ i) $4.56\overline{9}$
h) $-2.1\overline{27}$ j) $-7.43\overline{21}$

5. Encierra en un círculo los literales que indiquen números irracionales.

a) $\sqrt{4}$ f) $\sqrt[3]{5}$
b) $\sqrt{3}$ g) $\sqrt[5]{7}$
c) $\sqrt{21}$ h) $-\frac{\pi}{2}$
d) $\frac{\pi}{3}$ i) $-\sqrt[7]{-9}$
e) $\frac{e}{2}$ j) $-\frac{e}{5}$

6. Contesta C de ser correcto o I de ser incorrecto:

a) Para graficar un número irracional en la recta numérica utilizamos el Teorema de Pitágoras. ( )

b) Para graficar $\sqrt{5}$, aplicamos:
$(\sqrt{5})^2 = (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2$ ( )

c) π y e son números irracionales porque sus cifras decimales son periódicas. ( )

d) $\frac{\pi}{3}$ no es un número racional porque sus cifras decimales son no periódicas infinitas. ( )

e) $\frac{e}{5}$ es un número irracional porque sus cifras decimales son periódicas finitas. ( )

f) $\sqrt[n]{a}$ es un número irracional siempre que **a** no sea una enésima potencia. ( )

7. Contesta las siguientes preguntas:

a) ¿Por qué $\sqrt{10}$ es un número irracional?

b) ¿Cuál es la representación decimal de $\frac{32}{90}$?

c) ¿Qué clase de decimal es el que se genera de la fracción $\frac{1}{3}$?

d) ¿Por qué $\sqrt[3]{\sqrt{7}}$ no es número racional?

8. Grafica los siguientes números irracionales en la recta real.

a) $\sqrt{5}$ c) $\sqrt{11}$
b) $\sqrt{7}$ d) $\sqrt{13}$

9. Aproxima a una cifra decimal los números irracionales y ubícalos en la recta real.

a) $\sqrt{15}$=3.8729833... c) $\sqrt{19}$ = 4.358898...
b) $\sqrt{17}$ = 4.123105... d) $-\sqrt{13}$ = -3.60555...

A practicar en casa # 1

1. Escribe C de ser correcto o I de ser incorrecto:

a) $-\sqrt{5}$ es un número irracional. ( )

b) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ no es un número racional. ( )

c) $-\sqrt{16}$ es un número racional. ( )

d) $\frac{3}{5}$ representa un decimal periódico puro. ( )

e) $-\frac{1}{4}$ representa un decimal exacto. ( )

f) $\frac{119}{90}$ representa un decimal periódico mixto. ( )

g) $\sqrt{13} = \sqrt{(\sqrt{11})^2 + (\sqrt{2})^2}$ ( )

2. Clasifica los siguientes decimales y ubícalos en el cuadro:

$-0.\overline{5}$	$-0.7\overline{8}$	1.14	$0.1\overline{5}$	-1.4
$2.\overline{7}$	3.72	0.58	$-1.2\overline{3}$	$-3.\overline{3}$
$0.1\overline{6}$	$0.2\overline{3}$	1.9	$-1.7\overline{8}$	$0.1\overline{5}$

Decimal exacto	Decimal periódico puro	Decimal periódico mixto

3. Convierte los siguientes decimales a fracciones:

a) -0.8

b) $1.\overline{5}$

c) $-2.7\overline{2}$

d) 0.16

e) $1.1\overline{3}$

f) $0.\overline{7}$

g) $6.\overline{21}$

h) $-5.\overline{5}$

i) $-1.\overline{4}$

j) 0.17

k) $-0.2\overline{1}$

l) $-4.3\overline{5}$

m) $2.5\overline{67}$

n) $0.\overline{43}$

o) $-3.\overline{78}$

p) 0.74

q) $-0.8\overline{3}$

r) 0.75

s) $-8.1\overline{3}$

t) $-4.\overline{19}$

u) $-11.2\overline{34}$

v) $15.\overline{97}$

4. Subraya los literales que indiquen números irracionales:

a) $-\sqrt{3}$

b) $\sqrt{81}$

c) $-\sqrt[4]{16}$

d) $\sqrt[5]{20}$

e) $-\frac{\sqrt[7]{14}}{5}$

f) $-\frac{11}{7}$

g) $-2e$

h) $3\pi + 1$

i) $-5\pi + e$

j) $-\sqrt[6]{64}$

5. Marca con un √ en el cuadro de la respuesta correcta:

a) $\sqrt{11}$ se puede expresar como:

$\sqrt{(\sqrt{9})^2 + (\sqrt{2})^2}$ ☐ $\sqrt{(\sqrt{7})^2 + 3}$ ☐

b) La suma de $\pi + e$ da como resultado un:

número racional ☐ número irracional ☐

c) Un número decimal exacto tiene un:

número finito de cifras decimales ☐ número periódico e infinito de cifras decimales ☐

d) La fracción $\frac{1099}{330}$ es equivalente a

$3.3\overline{30}$ ☐ $3.3\overline{40}$ ☐

e) El número decimal $5.\overline{36}$ es equivalente a:

$\frac{55}{11}$ ☐ $\frac{59}{11}$ ☐

f) $\dfrac{\pi + \frac{\pi}{8}}{2\pi - 7\pi} - 4$ es un

número racional ☐ número irracional ☐

g) El producto $\pi \cdot \left(\frac{e}{\pi}\right)$ es un:

número irracional ☐ número racional ☐

6. Grafica los siguientes números irracionales en la recta real:

a) $-3\sqrt{15}$

b) $-2\sqrt{17}$

c) $\sqrt{19} + 1$

d) $\sqrt{21} + 2$

7. Aproxima a una cifra decimal los siguientes números irracionales y ubícalos en la recta real:

a) $\sqrt{21} = 4.58257569...$

b) $-1+\sqrt{11}$; $\sqrt{11} = 3.31662...$

c) $\sqrt{19} - 2$; $\sqrt{19} = 4.3588...$

d) $-3\sqrt{15} + 6$; $\sqrt{15} = 3.8729...$

Destrezas: Diferenciar un número racional de un irracional. Representar gráficamente los números irracionales en la recta numérica.

Leo, analizo e interpreto:

Punto de equilibrio Una de las interrogantes que nacen en cualquier negocio donde se venda un producto o servicio y en donde se incurra en gastos debido a la producción de ese bien, es sobre la cantidad del producto que se deberá producir y vender para garantizar que el negocio reciba un rendimiento positivo, es decir que obtenga ganancias y no pérdidas por la comercialización del producto.

Las ecuaciones juegan un papel muy importante al intentar responder la pregunta planteada, veamos: Si el costo de producir el producto es igual a los ingresos obtenidos por las ventas, no hay utilidad ni perdida, si esto sucede decimos que el negocio está en equilibrio y que el número de unidades producidas y vendidas están en equilibrio.

Los costos totales de la producción y comercialización de un producto se dividen en costos fijos y variables, por ejemplo producir una revista cuesta aproximadamente $1.50 por unidad, así producir 2 unidades costará $(1.50)(2) = $3.00 y producir x unidades costará (1.5)(x) = 1.5x dólares, como el costo varía de acuerdo a la cantidad de unidades producidas se denomina **costo variable**, pero en el pago del arriendo por ejemplo, siempre se incurre independientemente del monto producido x, a este costo se lo denomina **costo fijo**. Entonces el costo de producir x revistas estará dado por:

Costo de producción = 1.5x + 3000, donde 3000 es el costo fijo de producir x revistas.

Supongamos que una revista se vende a $4.00 en el mercado, entonces se espera recibir:

Ingreso por venta = 4x

El punto de equilibrio se encontrará cuando el costo de producción sea igual al ingreso por ventas.

Costo de producción = **Ingreso por venta**

$$1.5x + 3000 = 4x$$

1. Respondo V o F a las siguientes proposiciones referentes a la lectura:

a) x representa cantidad de revistas y no dólares. ( )

b) Si se producen 2 revistas se obtendrán pérdidas ( )

c) El punto de equilibrio es 1000 revistas ( )

d) Si x es igual a 100 se obtendrán ganancias. ( )

e) Si se producen 2 revistas el costo de producción es $3.00 ( )

2. Encierro en un círculo la respuesta correcta:

a) Si se producen 500 revistas el costo de producción es:

- Un número entero positivo
- Un número decimal
- Un número irracional
- Un número entero negativo
- Ninguna de las anteriores

b) Si se producen 15000 revistas el costo fijo es:

- $16000
- $3000
- $(1.5)(3000)
- $ $\frac{3000}{1.5}$
- N.A.

c) Si se producen 1000 revistas, el ingreso por venta es:

- $1500
- $1000
- $4000
- $4500
- N.A.