

Evidencia Matemática 8^{vo} BÁSICA



FOLGUIN[®]
EDICIONES S.A.

Relaciónate con tu texto!

Cada Unidad presenta:

■ La Portada:

En ella encontrarás detallado los contenidos relacionados con el tema principal de la unidad. También, hallarás una pequeña biografía de un personaje que ha contribuido al desarrollo de la Matemática con investigaciones referentes al tema en mención. Al final de la página, podrás leer unos pequeños pero profundos pensamientos de grandes filósofos que te ayudarán a reflexionar sobre la vida, los mismos que aparecen con el nombre de "Reflexiones".

■ Un comienzo dinámico:

Aquí tendrás la oportunidad de leer un artículo que, además de informarte sobre la utilidad del conocimiento que vas a aprender, te induce por medio de preguntas a recordar los conocimientos previos con el fin de prepararte para los nuevos.

■ Aprendo:

Trata sobre el desarrollo gradual de los contenidos de la unidad, acompañado de ejercicios que ejemplifican lo expuesto en cada uno de los temas, así como también da información complementaria donde se asocia el conocimiento matemático con datos de la vida real, además de notas curiosas tituladas como "¿Sabías que?" e información en pequeños "Recuerda".

■ Aprendo Haciendo:

Comprende una amplia gama de ejercicios y problemas que te servirán para afianzar tu aprendizaje. Encontrarás temas objetivos como también de desarrollo.



A Practicar en casa: ■

Tú conoces que el proceso de aprendizaje no termina en la clase, entonces en tu texto encontrarás ejercicios y problemas para que los realices en tu casa y puedas confirmar lo aprendido.

Reforzando Aprendo: ■

Al término del desarrollo del contenido de la unidad hallarás un compendio de ejercicios y problemas misceláneos que te permitirán reforzar definiciones, propiedades, teoremas y retroalimentar.

Para Divertirse: ■

Es una propuesta de matemática recreativa a través de ejercicios de habilidad mental, juegos de ingenio; donde probarás tu lógica y te divertirás encontrando soluciones originales a los problemas.

Soy Competente porque...: ■

En esta parte tienes la oportunidad de demostrar tus destrezas en casos donde la matemática tiene una aplicación real. Consta de una serie de preguntas, ejercicios, problemas de opciones múltiples y/o desarrollo. Aquí plasmarás tus logros y estarás satisfecho de haber asimilado y puesto en práctica tu conocimiento.





Contenido	Páginas
■ PRÓLOGO.....	3
■ RELACIONATE CON TU TEXTO.....	4
■ ÍNDICE.....	6

NÚMEROS ENTEROS

■ Enteros positivos y negativos	12
■ Representación gráfica en la recta numérica	12
■ Números enteros opuestos o simétricos	12
■ Valor absoluto o módulo	12
■ Orden de los números enteros	13
■ Operaciones con números enteros	16
■ Suma o adición de enteros.....	16
■ -Suma o adición de enteros de signos iguales.....	16
■ -Suma o adición de enteros de signos diferentes.....	17
■ -Más de dos sumandos que poseen signos diferentes.....	17
■ -Propiedades de la adición de números enteros.....	20
■ Resta o sustracción de enteros.....	24
■ -Propiedades de la resta de enteros.....	24
■ Supresión de los signos de agrupación.....	24
■ Multiplicación de enteros.....	28
■ -Propiedades de la multiplicación.....	28
■ División de enteros.....	32
■ -Divisor de un entero.....	32
■ -Criterios de divisibilidad.....	32
■ -Propiedades de la división de enteros.....	32
■ Potenciación de enteros.....	36
■ -Reglas de los signos de la potencia.....	36
■ -Operaciones con potencias.....	36
■ -Propiedades de la potenciación.....	37
■ Radicación de enteros.....	40
■ -Regla de los signos de las raíces.....	40
■ -Propiedades de la radicación.....	41
■ Operaciones combinadas.....	43



■ Números Enteros

Enteros positivos y negativos

Representación gráfica en la recta numérica.

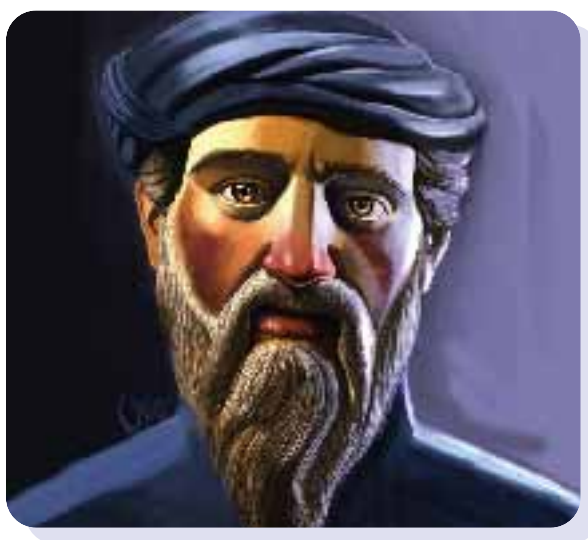
Números enteros opuestos o simétricos.

Valor absoluto o módulo.

Orden de los números enteros.

Operaciones con números enteros

- ▶ Suma o adición de enteros
 - De signos iguales.
 - De signos diferentes.
 - Más de dos sumandos que poseen signos diferentes
 - Propiedades de la adición de números enteros.
- ▶ Resta o sustracción de enteros
 - Propiedades de la resta de enteros.
- ▶ Supresión de los signos de agrupación
- ▶ Multiplicación de enteros.
 - Propiedades de la multiplicación.
- ▶ División de enteros.
 - Divisor de un entero
 - Criterios de divisibilidad
 - Propiedades de la división de enteros.
- ▶ Potenciación de enteros
 - Reglas de los signos de la potencia.
 - Operaciones con potencias.
 - Propiedades de la potenciación.
- ▶ Radicación de enteros.
 - Regla de los signos de las raíces de enteros.
 - Propiedades de la radicación.
- ▶ Operaciones combinadas.



Pitágoras

(Grecia, Samos 582 A.C. - Metaponte 495 A.C.)

Fue educado bajo las enseñanzas de filósofos como Tales de Mileto, Anaximandro y Anaxímenes. En el año 530 A.C. viajó a Crotono, colonia griega situada al sur de Italia, donde fundó una nueva escuela matemática, **La Escuela Pitagórica**, con propósitos religiosos, políticos y filosóficos.

Los Pitagóricos, discípulos de la doctrina de Pitágoras, aconsejaban la obediencia y el silencio, la abstinencia de consumir alimentos, la sencillez en el vestir y en las posesiones, y el hábito del autoanálisis. Además, creían en la inmortalidad y en la transmigración del alma. Realizaron estudios sobre los números pares e impares, los números primos y los cuadrados, básicos en la teoría de números. De esta forma, cultivaron el concepto de número como la base del entendimiento del orden y armonía del universo.

En el ámbito de la astronomía, fueron los primeros que pensaron que la Tierra junto a otros planetas giraban alrededor de un fuego central en órbitas circulares, emitiendo cada astro un sonido diferente en el transcurso de su órbita, dando origen a la **"armonía de las esferas"**.

Reflexiones:

- "Las cosas de este mundo no pueden ser conocidas sin un conocimiento de matemáticas."

Bacon, Roger

■ Aprendo

Números Enteros

Enteros positivos y negativos

A lo largo de nuestro aprendizaje nos encontramos con expresiones como:

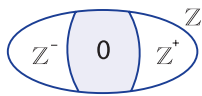
1000 años antes de Cristo	-1000 A.C.
Un cobro de \$300	+300
Un pago de \$70	-70
Punto de congelación del agua	0°C
Una temperatura de 5°C bajo cero	-5°C

Dichas expresiones son ejemplos de **Números Enteros** con signos positivos o negativos, incluido el cero. De ahí que, los números enteros están formados por los **Números Enteros Positivos** (\mathbb{Z}^+), el **Cero** (0), y los **Números Enteros Negativos** (\mathbb{Z}^-).

A los **Números Enteros Positivos** también se los conoce como **Números Naturales** (\mathbb{N}).

RECUERDA!

- ∪ Unión
- ∩ Intersección
- ⊆ Subconjunto
- ∈ Pertenece a
- ⊂ Subconjunto propio

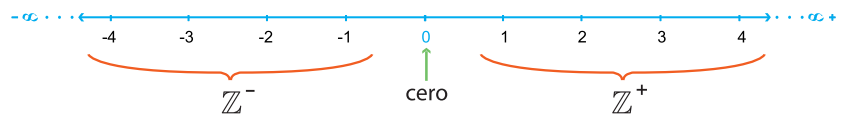


$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$$

Dentro del conjunto de los números naturales o enteros positivos se define un antecesor y un sucesor o consecutivo. Así por ejemplo, el antecesor de 3 es 2 y el sucesor es 4.

Todo conjunto de números definido en los Naturales tiene siempre un elemento mínimo.
Por ejemplo: $A = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$ donde 2 es el menor número.

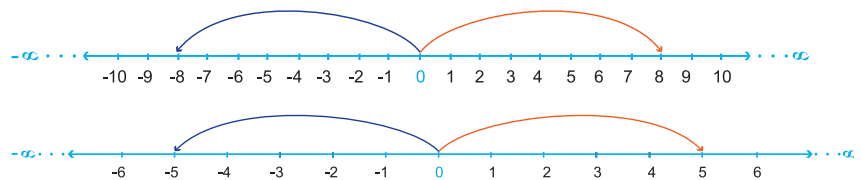
Representación gráfica en la Recta Numérica



- Los números enteros se extienden hacia el infinito (∞)
- A la derecha del cero encontramos los enteros positivos.
- A la izquierda del cero encontramos los enteros negativos.

$$\mathbb{Z} = \{ \dots -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}$$

Números enteros opuestos o simétricos



Observando los gráficos notamos que tanto 8 y -8; 5 y -5 se encuentran a la misma distancia a partir del cero. Estas parejas de números se denominan **simétricos u opuestos**. El opuesto o simétrico de 8 es -8 y viceversa.

Valor absoluto o módulo



Sobre la recta numérica a seis unidades hacia la derecha del cero se encuentra el número +6 y a cinco unidades hacia la izquierda, el número -5. Las distancias de 6 unidades y 5 unidades son valores siempre positivos y para representarlos hacemos uso del valor absoluto o módulo, de la siguiente forma:

■ Aprendo Haciendo # 1

1. Identifica con $\in \mathbb{Z}$ (elemento de los enteros) o $\notin \mathbb{Z}$ (no es elemento de los enteros) los siguientes números:

- a) -4 _____ f) -5396.00 _____
 b) 35 _____ g) -4.7 _____
 c) 899.9 _____ h) -4.00 _____
 d) -1567 _____ i) -10 _____
 e) 0 _____ j) -134678 _____

2. Subraya el literal que es incorrecto.

- a) El cero es elemento de los números enteros.
 b) Los números enteros negativos se encuentran a la izquierda del cero en la recta numérica.
 c) A los números enteros positivos también se los conoce como naturales.
 d) $-8 > -5$
 e) $|-4| = 4$
 f) $||-2|| = 2$

3. Grafica la recta numérica y ubica las parejas de números opuestos.

- a) (-8 y +8) d) (6 y -6)
 b) (+12 y -12) e) (-10 y 10)
 c) (2 y -2) f) (-7 y 7)

4. Completa las tablas escribiendo los números simétricos:

-15	
	-3
135	

-2	
-530	
	788

18	-18
120	
-12	

83	
	36
	-100

5. Encuentra el valor absoluto de:

- a) $|32|$ f) $|-100|$
 b) $|-10|$ g) $|-60|$
 c) $|-15|$ h) $||-100||$
 d) $|38|$ i) $|||-35|||$
 e) $|77|$ j) $|0|$

6. Escribe el signo $>$, $<$ ó $=$ según corresponda:

- a) $10 \square 15$ e) $-6 \square 7$
 b) $20 \square 28+12$ f) $-20 \square -12$
 c) $0 \square 15$ g) $15+5 \square 16$
 d) $30 \square -12$ h) $20+40 \square 15$

7. Ordena de forma ascendente:

- a) 7, -4, 10, -6, 15, -12, 0, -20, 2
 b) -15, 13, 2, 1, -8, 0, -4, -20, -14
 c) -30, 22, -42, -56, 18, -12, 36, -35, 45
 d) -120, -110, -130, -100, 50, -15, 60, 80, 65
 e) 86, -56, -93, 193, 42, 0, 32, -18
 f) -512, 392, 180, -179, -511, -2, 114, 132

8. Ordena de forma descendente:

- a) -6, 28, -23, 42, -18, 0, 54, 72, -93, -35
 b) 0, -4, 8, 9, -10, 15, 25, -34, 12
 c) 27, -63, -45, 42, 30, -9, -13, 6, 7, 8
 d) -29, -57, 51, 53, 63, 69, -71, -80
 e) -63, 88, -96, 320, -117, 100, 0, -180
 f) 10, -9, -99, -11, -88, 80, 24, 55

A practicar en casa # 1

1. Expresa mediante los números positivos o negativos.

- a) 300 años después de Cristo
- b) La temperatura del cuerpo humano es de 37 grados centígrados.
- c) 47 m bajo el nivel del mar
- d) Un descuento del 15%
- e) 700 años antes de Cristo
- f) 5 grados bajo cero.
- g) Una ganancia de \$60.

2. Ubica los números positivos y negativos en la recta numérica:

- a) -6 y +6
- b) +16 y -16
- c) -8 y 8
- d) -11 y 11
- e) 4 y -4

3. Encuentra el valor absoluto y escríbelo:

- a) $|50|$
- b) $|-23|$
- c) $|-14|$
- d) $|-18|$
- e) $|130|$
- f) $||-30||$
- g) $|-10|$
- h) $||15||$
- i) $|42|$
- j) $|0|$

4. Escribe: ¿Por qué?:

- a) $-5 < -1$
- b) $15 > 8$
- c) $0 < 3$
- d) $-8 < 0$
- e) $18 > -5$

5. Ordena en forma ascendente:

- a) 28, 36, 7, 2, 0, 97, 13, 105, 20, 21
- b) 3, 0, 15, 11, -18, -95, -17, 68, 83, -142
- c) -1, -3, 0, 11, -42, 73, -196, 205, 18, -54
- d) 0, -1, 16, 8, -12, 86, 49, -38, -93
- e) 0, -17, $|-19|$, -21, 18, $|54|$, 68, 70, -84
- f) $|-82|$, $|14|$, -2, -1, $|0|$, 17, $|16|$, 48, 67

6. Ordena en forma descendente:

- a) 21, -6, 8, 36, -10, -16, 68, 54, 10
- b) 58, 63, -46, -20, 86, -55, 93, -32
- c) 47, 65, -16, -21, 73, -7, 63, -85, 93
- d) 25, -57, -32, 48, 70, -18, -2, 0, 60
- e) -11, -16, $|-4|$, $|-5|$, $|-7|$, 0, -5, 8
- f) $||-1||$, $|-3|$, $|-2|$, -14, -11, -20, -40, 10

7. Escribe **V** de ser verdadero o **F** de ser falso:

- a) El opuesto de $|-4|$ es 4. ()
- b) -14 es mayor que -12 porque está más a la izquierda en la recta numérica. ()
- c) 5 es mayor o igual que 3 porque está más a la derecha en la recta numérica. ()
- d) El cero es siempre menor que todo número negativo. ()
- e) Todo número positivo es siempre mayor que 0. ()

8. Encierra en un círculo el literal correcto.

- a) $||-25|| = -25$
- b) $|-4| \leq |-3|$
- c) $||-5|| \geq ||-2||$
- d) $-2 \in \mathbb{N}$
- e) $5 \in \mathbb{Z}$

■ Soy competente porque...

Leo, analizo e interpreto:

El **grado centígrado** se representa como $^{\circ}\text{C}$. Es una unidad creada por Andrus Celsius, físico y astrónomo sueco (1701 - 1774) para construir una escala de temperatura y en la actualidad es la más utilizada en el mundo para este fin.

En el año 1948, se le cambió el nombre a escala Celsius en honor a su creador. Existen otras unidades para medir la temperatura como el grado Kelvin y el grado Fahrenheit poco utilizados en nuestro medio.

Es posible convertir grados de una unidad a otra gracias a las siguientes funciones matemáticas.



$$C(K) = K - 273.15$$

$$F(C) = 1.8C + 32$$

$$C(F) = (F - 32) : 1.8$$

Así por ejemplo a un grado kelvin le corresponde - 272.15 grados centígrados. Formando el par ordenado:

$$(1, -272.15)$$

Grado Kelvin Grado Celsius

$$(K, C(K))$$

donde:

K = grados Kelvin

C = grados Celsius

F = grados Fahrenheit

C(K) = grados Celsius a partir de k grados Kelvin

F(C) = grados Fahrenheit a partir de c grados Celsius

C(F) = grados Celsius a partir de f grados Fahrenheit

1. Encierro en un círculo la respuesta correcta:

a) El par $(0, -273.15)$ se obtuvo al reemplazar $K = 0$ en:

- F(C)
- C(K)
- F(C)

b) $F(2)$ es igual a:

- $1,8(3) + 32$
- C(2)
- 35.6
- 33.8
- N.A.

c) 1 grado Fahrenheit es igual a:

- 0°C
- 33.8 F
- 33 K
- -272.15°C
- N.A.

2. Uno con líneas los componentes F, C(F) del par ordenado $(F, C(F))$ de la función C(F).

$$(\quad a \quad , \quad \quad b \quad)$$

32 •	•	38
64 •	•	0
100 •	•	2
0 •	•	18
35.6 •	•	-18

3. Completo la siguiente tabla:

K	F	C(K)	C(F)
500	83		
350	350		
0	0		

4. Escribo V si es verdadero o F si es falso.

- a) El agua hierve a 100°C o a 1 grado F. ()
- b) Cuando K es mayor que 273.15, $C(K) > 0$ ()
- c) $\forall K \in \mathbb{Z}, C(K) \leq 0$ ()